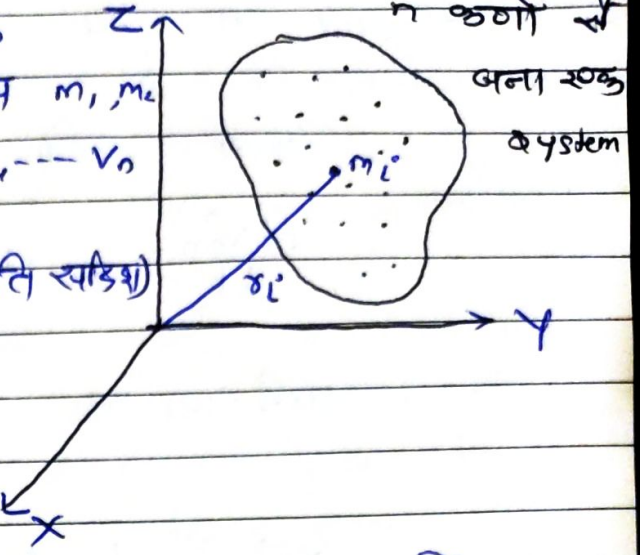
(Equation of Motion of Centre of Mass)

माना n कणों से मिलकर एक system बना है, कणों के द्रव्यमान $m_1, m_2, m_3, m_4 \cdots m_n$ तथा वेग $v_1, v_2, v_3, v_4 \cdots v_n$ एवं त्वरण $a_1, a_2, a_3, \cdots a_n$ है।



तब किसी क्षण t में (r_{cm}) (स्थिति सदिश) द्रव्यमान केंद्र का स्थिति सदिश-

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_n\vec{r}_n) \quad \text{——— (1)}$$

अब इस समी. (1) का t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \frac{1}{M}\frac{d}{dt}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots m_n\vec{r}_n)$$

$$\frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \vec{v}_{cm} = \frac{1}{M}\left(m_1\frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{r}_2}{dt} + \cdots + m_n\frac{d\vec{r}_n}{dt}\right)$$

now $\frac{d\vec{r}_1}{dt} = \vec{v}_1$, $\frac{d\vec{r}_2}{dt} = \vec{v}_2 \cdots$, $\frac{d\vec{r}_n}{dt} = \vec{v}_n$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{1}{M}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots + m_n\vec{v}_n) \quad \text{——— (2)}$$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i\cdot\vec{v}_i \quad \text{——— (3)}$$

$\vec{v}_{cm}$ = निकाय के समस्त कणों के रेखीय संवेग का योग / निकाय का संपूर्ण द्रव्यमान

जहाँ $\vec{v}_{cm}$ निकाय के द्रव्यमान केंद्र का वेग है।

Date: / / Page no:

अर्थात् निकाय के द्रव्यमान केंद्र का वेग उसके समस्त कणों के रेखीय संवेगों के योग तथा उसके कुल द्रव्यमान के अनुपात का तुल्य होता है।

अब कणों के त्वरण के लिये

$$\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = \vec{a}_{cm}$$

समी. (3) का t के सापेक्ष अवकलन करने पर)

$$\vec{a}_{cm} = \frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = \frac{1}{M}\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \cdots\cdots + m_n\vec{v}_n)$$

$$= \frac{1}{M}\left(m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} + \cdots\cdots + m_n\frac{d\vec{v}_n}{dt}\right)$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{1}{M}(m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \cdots + m_n\vec{a}_n)$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i a_i}{M}$$

$\vec{a}_{cm}$ = द्रव्यमान केंद्र का त्वरण

अब यदि कणों पर बल $\vec{F}_1, \vec{F}_2 \cdots \vec{F}_n$ बलों के लगने पर त्वरण $\vec{a}_1, \vec{a}_2 \cdots \vec{a}_n$ उत्पन्न होता है तो न्यूटन के द्वितीय समी. से

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$a = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{1}{M}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n) \quad \text{——— (4)}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{M} = \frac{\text{निकाय पर लगने वाले बलों का सदिश योग}}{\text{निकाय का कुल द्रव्यमान}}$$

अब चूँकि हम जानते हैं कि यदि n कणों का निकाय है तो प्रत्येक कण एक दूसरे पर आकर्षण बल लगाते हैं व निरस्त हो जाते हैं तब पूरे system का आंतरिक बल $\vec{F}_{int}$ शून्य होता है। तब

$$\vec{F} = \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{ext} \quad \text{——— (5)}$$

समी. (5) से समी (4) में रखने पर.

$$\vec{a}_{cm} = \frac{\vec{F}_{ext}}{M} = \frac{\text{निकाय पर लगने वाला कुल बाह्य बल}}{\text{निकाय का कुल द्रव्यमान}}$$

जब किसी गतिशील निकाय पर लगने वाला बाह्य बल शून्य होता है तब उसका द्रव्यमान केंद्र नियत वेग से गति करता है।

- $F_{ext} = 0. \Rightarrow \vec{a}_{cm} = 0$

$$\frac{dV_{cm}}{dt} = 0 \Rightarrow V_{cm} = \text{constant}$$